

CHAPITRE 1 - NOMBRES ENTIERS

I. Nombres entiers

A. Écriture d'un nombre en chiffres

Notre système de numération est composé de seulement 10 signes, ce sont les CHIFFRES 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9. Les nombres s'écrivent avec ces chiffres.

Pour écrire un nombre, on effectue des groupements par dix :

- 10 unités = 1 dizaine, 10 dizaines = 1 centaine, 10 centaines = 1 millier, ...
- chaque chiffre a une valeur qui dépend de son rang (ou position) dans l'écriture.

Par exemple, $7353 = (7 \times 1000) + (3 \times 100) + (5 \times 10) + 3 \times 1$

Les chiffres 3 n'ont pas la même signification : 3 est le chiffre des centaines, tandis que 3 est celui des unités.

Pour faciliter la lecture d'un nombre, on écrit les chiffres par groupes de trois à partir du chiffre des unités.

Classe des milliards			Classe des millions			Classe des milliers			Classe des unités		
C	D	U	C	D	U	C	D	U	C	D	U
				8	0	0	3	7	1	0	9

Diagram illustrating the place value chart for the number 80 037 109. The chart is divided into four classes: Classe des milliards, Classe des millions, Classe des milliers, and Classe des unités. Each class has three columns: C (Centaines), D (Dizaines), and U (Unités). The digits are placed in the corresponding columns: 8 in the D column of millions, 0 in the U column of millions, 0 in the C column of thousands, 3 in the D column of thousands, 7 in the U column of thousands, 1 in the C column of units, 0 in the D column of units, and 9 in the U column of units. Arrows point from the labels below to the digits: 'Chiffre des dizaines de millions' points to 8, 'Chiffre des unités de mille' points to 0, 'Ch des dizaines' points to 0, and 'Ch des unités' points to 9.

Le nombre ci-dessus s'écrit 80 037 109.

On lit « 80 millions 37 mille 109 ».

$80\ 037\ 109 = (80 \times 1\ 000\ 000) + (37 \times 1\ 000) + 109$.

B. Différentes écritures

Voici un exemple de décompositions différentes d'un nombre entier.

- $1675 = (1 \times 1000) + (6 \times 100) + (7 \times 10) + (5 \times 1)$.

Cette décomposition met en évidence le rôle de chaque chiffre : 1 est le chiffre des milliers, 6 est le chiffre des centaines, 7 est le chiffre des dizaines, et 5 est le chiffre des unités.

- $1675 = (167 \times 10) + 5$.

Cette décomposition met en évidence le **nombre de dizaines**.

- $1675 = (16 \times 100) + 75$.

Cette décomposition met en évidence le **nombre de centaines**.

Exemple d'utilisation

Les gâteaux « Miam » sont vendus par paquets de 10. Combien faut-il de paquets pour que chacun des 1675 élèves du collège ait un gâteau ?

La deuxième décomposition nous permet de dire qu'il faudra commander 168 paquets ($167 + 1$).

II. Repérage

A. Demi-droite graduée

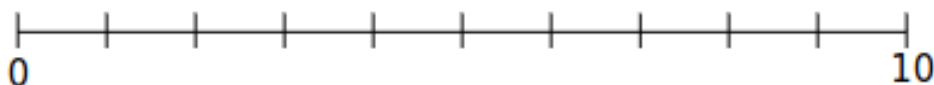
Définition.

On appelle **demi-droite graduée** une demi-droite sur laquelle sont fixés :

- Un point appelé **origine** de la demi-droite graduée ;
- Une **unité de longueur** que l'on reporte régulièrement à partir de l'origine ;
- Un **sens**.

On repère un point sur une demi-droite graduée grâce à un nombre qu'on appelle **abscisse**.
L'origine d'une demi-droite graduée a pour abscisse 0.

Exemple.



Cette demi-droite, le pas de graduation est de 1.

Complète sa graduation, puis place le point A d'abscisse 7, et le point B d'abscisse 3.

B. Comparer, ranger

Définition.

Comparer deux nombres, c'est dire s'ils sont égaux ou non.

Dans le cas où ils ne le sont pas, c'est préciser lequel est le plus petit (ou le plus grand).

Méthode

- Si les deux nombres entiers n'ont pas le même nombre de chiffres, le plus grand est celui qui a le plus de chiffres.
- Si les deux nombres entiers ont le même nombre de chiffres, on compare les chiffres de même rang, en commençant par la gauche.

Exemple.

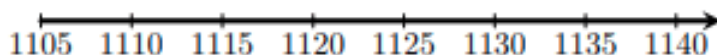
- 5745 possède cinq chiffres, et 1470059 en possède six.
Donc $5745 < 1470059$. On dira que 5745 est **inférieur** à 1470059.
- 7483 et 7451 ont le même nombre de chiffres.
Ils ont aussi le même chiffre des milliers et le même chiffre des centaines. Il faut donc comparer leur chiffre des dizaines.
 $8 > 5$, donc $7483 > 7451$. On dira que 7483 est **supérieur** à 7451.

Définition.

- Ranger des nombres dans l'**ordre croissant** consiste à les ranger **du plus petit au plus grand**.
- Ranger des nombres dans l'**ordre décroissant** consiste à les ranger **du plus grand au plus petit**.

Exemple.

Sur cette demi-droite graduée, le pas de graduation est de 5.



$1105 < 1110 < 1125 < 1140$ sont rangés dans l'ordre croissant.

$1135 > 1130 > 1120 > 1105$ sont rangés dans l'ordre décroissant.

C. Encadrer, intercaler

Définition.

Encadrer un nombre, c'est écrire qu'il est compris entre deux nombres, l'un plus petit et l'autre plus grand.

Exemple.

- $123\,710 < 123\,716 < 123\,720$ est un encadrement de 123 716 « à la dizaine », car $123\,720 - 123\,710 = 10$.
- $123\,700 < 123\,716 < 123\,800$ est un encadrement de 123 716 « à la centaine », car $123\,800 - 123\,700 = 100$.
- $123\,000 < 123\,716 < 124\,000$ est un encadrement de 123 716 « au millier », car $124\,000 - 123\,000 = 1\,000$.

Définition.

Intercaler un nombre entre deux nombres, c'est trouver un nombre compris entre les deux.

Exemple.

Entre 5 203 652 et 5 521 989, on peut par exemple intercaler 5 203 653, 5 208 652 ou 5 483 002.

III. Opérations

A. Addition, soustraction

RÈGLE

Pour additionner ou soustraire deux entiers (les **termes**), on peut effectuer un calcul posé, et pour cela il faut :

- aligner les chiffres de même rang les uns sous les autres ;
- commencer les calculs par la droite (chiffres des unités) ;
- ne pas oublier les éventuelles retenues.

Exemple.

$$\begin{array}{r} 4 \overset{\textcolor{red}{1}}{3} \overset{\textcolor{red}{1}}{5} \overset{\textcolor{red}{1}}{8} \\ + 3 7 8 2 \\ \hline 8 1 4 0 \end{array}$$

La **somme** de 4 358 et de 3 782 est donc 8 140.

Un **ordre de grandeur** de $4\,358 + 3\,782$
est $4\,350 + 3\,800 = 8\,150$.

$$\begin{array}{r} 5 \overset{\textcolor{red}{1}}{2} \overset{\textcolor{red}{1}}{4} \overset{\textcolor{red}{1}}{3} \\ - \overset{\textcolor{red}{-1}}{2} \overset{\textcolor{red}{-1}}{8} \overset{\textcolor{red}{-1}}{7} 6 \\ \hline 2 3 6 7 \end{array}$$

La **différence** de 5 243 et de 2 876 est donc 2 367.

Un **ordre de grandeur** de $5\,243 - 2\,876$
est $5\,250 + 2\,900 = 2\,350$.

B. Multiplication, ordre de grandeur

RÈGLE

Pour multiplier deux entiers (les **facteurs**, on peut effectuer un calcul posé, et pour cela il faut :

- écrire le nombre qui a le plus de chiffres au-dessus de l'autre ;
- aligner les chiffres des unités
- commencer les calculs par la droite (chiffres des unités) ;
- ne pas oublier les éventuelles retenues.

Exemple.

$$\begin{array}{r} 3 4 7 \\ \times 2 6 \\ \hline 2 0 8 2 \\ 6 9 4 0 \\ \hline 9 0 2 2 \end{array}$$

Le **produit** de 347 par 26 est donc 9 022.

Le calcul posé décrit le fait que :

$$347 \times 26 = 347 \times 20 + 347 \times 6.$$

Un **ordre de grandeur** de 347×26

est $350 \times 20 = 7\,000$.

$$\begin{array}{r} 4 2 8 \\ \times 1 3 5 \\ \hline 2 1 4 0 \\ 1 2 8 4 0 \\ 4 2 8 0 0 \\ \hline 5 7 7 8 0 \end{array}$$

Le **produit** de 428 par 135 est donc 57 780.

Le calcul posé décrit le fait que :

$428 \times 135 = 428 \times 100 + 428 \times 30 + 428 \times 5$. Un **ordre de grandeur** de 428×135

est $400 \times 150 = 60\,000$.

C. Parenthésage

RÈGLE

- Dans une expression avec des parenthèses, on effectue **d'abord les calculs entre parenthèses** ;
- Lorsqu'il y a plusieurs niveaux de parenthèses, on commence par les plus intérieures.

Exemple.

$$\begin{array}{llll} A = 9 \times (7 + 4) & B = 3 \times [7 - (5 - 3)] & C = 12 \times (5 \times (3 - 2)) & D = (5 + 8) \times (7 - 3) \\ = 9 \times 11 & = 3 \times \underbrace{[7 - 2]} & = 12 \times \underbrace{(5 \times 1)} & = 13 \times (7 - 3) \\ = 99 & = 3 \times 5 & = 12 \times 5 & = 13 \times 4 \\ & = 15 & = 60 & = 52 \end{array}$$